日本文教出版（旧大阪書籍）版

中学数学３年
（平成 22 年度　補助教材対応版）

教科書ガイド

＜もくじ＞

●お願い
この資料をプリンターで印刷される場合は，Ａ４判の用紙に印刷してください。

日本教育研究センター

有理数，無理数

●基本事項ノート●

◎　有理数，無理数

⇨aを整数，bを0でない整数とするとき，$\dfrac{a}{b}$ のように分数の形に表すことができる数を**有理数**（ゆうりすう）という。分数の形で表すことができない $\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$ のような数を**無理数**（むりすう）という。

問１　次の数を，有理数と無理数に分けなさい。

$\sqrt{6}$　　$\sqrt{49}$　　$-\sqrt{5}$　　$\dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$　　$-\dfrac{1}{8}$　　0.2

考え方　分数の形で表すことができる数を有理数という。$\sqrt{49}=7=\dfrac{7}{1}$　$\dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\dfrac{2}{3}$　$0.2=\dfrac{2}{10}$

解答　（有理数）$\sqrt{49}$，$\dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$，$-\dfrac{1}{8}$，0.2

（無理数）$\sqrt{6}$，$-\sqrt{5}$

Q1　次の分数を小数で表して，下の①，②の問いに答えましょう。

㋐　$\dfrac{2}{5}$，$\dfrac{13}{4}$，$\dfrac{1}{8}$　　　㋑　$\dfrac{4}{3}$，$\dfrac{3}{11}$，$\dfrac{1}{7}$

①　㋐の仲間と㋑の仲間には，どのようなちがいがありますか。

②　㋑の仲間について，小数点以下の数字のならび方に着目して，どのような特徴（とくちょう）があるか調べましょう。

考え方　㋐　$\dfrac{2}{5}=0.4$，$\dfrac{13}{4}=3.25$，$\dfrac{1}{8}=0.125$

㋑　$\dfrac{4}{3}=1.333\cdots$，$\dfrac{3}{11}=0.272727\cdots$，$\dfrac{1}{7}=0.142857142857\cdots$

解答　①　(例)㋐の仲間は，小数で表したとき，小数第何位かで終わる。

㋑の仲間は，小数で表したとき，小数点以下がどこまでもかぎりなく続く。

②　いくつかの数字を決まった順にくり返す。

＜ **練習** ＞＞＞＞＞＞＞＞＞＞＞

次のことがらは，いつも成り立ちますか。成り立たない場合があるときは，成り立たない例を１つ示しなさい。

① a，b がともに自然数ならば，$a-b$ は自然数である。
② a，b がともに自然数ならば，$a-b$ は整数である。
③ a，b がともに自然数ならば，$a \div b$ は整数である。
④ a，b がともに自然数ならば，$a \div b$ は有理数である。
⑤ a，b がともに無理数ならば，$a \times b$ は無理数である。

解答
① 成り立たない場合がある。（例）$\boldsymbol{a}=1$，$\boldsymbol{b}=3$のとき，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=-2$
② いつも成り立つ。
③ 成り立たない場合がある。（例）$\boldsymbol{a}=1$，$\boldsymbol{b}=3$のとき，$\boldsymbol{a}\div\boldsymbol{b}=\frac{1}{3}$
④ いつも成り立つ。
⑤ 成り立たない場合がある。（例）$\boldsymbol{a}=\sqrt{2}$ ，$\boldsymbol{b}=\frac{\sqrt{2}}{2}$のとき，$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=1$

２次方程式の解の公式

●基本事項ノート●

◎　２次方程式の解の公式

⇨　２次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

問１　次の□にあてはまる数を求めなさい。

①　$x^2-12x+3=0$

$$\begin{aligned}
x^2-12x+3&=0\\
x^2-12x\quad&=-3\\
x^2-12x+6^2&=-3+6^2\\
(x-6)^2&=33\\
x-6&=\pm\boxed{\quad}\\
x&=6\pm\boxed{\quad}
\end{aligned}$$

３を移項する。
両辺に 6^2 を加える。
左辺を $(x+p)^2$ の形にする。

②　$x^2+4x+2=0$

$$\begin{aligned}
x^2+4x+2&=0\\
x^2+4x\quad&=-2\\
x^2+4x+\boxed{\quad}&=-2+\boxed{\quad}\\
(x+\boxed{\quad})^2&=\boxed{\quad}\\
x+\boxed{\quad}&=\pm\boxed{\quad}\\
x&=\boxed{\qquad}
\end{aligned}$$

２を移項する。
両辺に $\boxed{\quad}$ を加える。
左辺を $(x+p)^2$ の形にする。

考え方　①

$$x^2-\boxed{12}\,x=-3$$

半分の2乗

$$x^2-12x+6^2=-3+6^2$$

解答　①

$$\begin{aligned}
x^2-12x+3&=0\\
x^2-12x\quad&=-3\\
x^2-12x+6^2&=-3+6^2\\
(x-6)^2&=33\\
x-6&=\pm\boxed{\sqrt{33}}\\
x&=6\pm\boxed{\sqrt{33}}
\end{aligned}$$

②

$$x^2+4x+2=0$$

$$x^2+4x\quad=-2$$

$$x^2+4x+\boxed{2^2}=-2+\boxed{2^2}$$

$$(x+\boxed{2})^2=\boxed{2}$$

$$x+\boxed{2}=\pm\boxed{\sqrt{2}}$$

$$x=\boxed{-2\pm\sqrt{2}}$$

2 を移項する。
両辺に $\boxed{2^2}$ を加える。
左辺を $(x+p)^2$ の形にする。

問２ 次の 2 次方程式を解きなさい。	
① $x^2+6x+4=0$	② $x^2-10x+5=0$

解答 ① $x^2+6x+4=0$

$$x^2+6x=-4$$

$$x^2+6x+3^2=-4+3^2$$

$$(x+3)^2=5$$

$$x+3=\pm\sqrt{5}$$

$$x=-3\pm\sqrt{5}$$

答 $x=-3\pm\sqrt{5}$

② $x^2-10x+5=0$

$$x^2-10x=-5$$

$$x^2-10x+5^2=-5+5^2$$

$$(x-5)^2=20$$

$$x-5=\pm\sqrt{20}=\pm2\sqrt{5}$$

$$x=5\pm2\sqrt{5}$$

答 $x=5\pm2\sqrt{5}$

問３ 次の 2 次方程式を，解の公式を使って解きなさい。	
① $3x^2+7x+1=0$	② $x^2-3x+1=0$
③ $4x^2+5x-2=0$	④ $5x^2-x-3=0$

解答 ① 解の公式に，$a=3$，$b=7$，$c=1$を代入すると

$$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times3\times1}}{2\times3}$$

$$=\frac{-7\pm\sqrt{37}}{6}$$

答 $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{37}}{6}$

② 解の公式に，$a=1$，$b=-3$，$c=1$を代入すると

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times1}}{2\times1}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$$

答 $x=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

③ 解の公式に，$a=4$，$b=5$，$c=-2$を代入すると

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times4\times(-2)}}{2\times4}$$

$$=\frac{-5\pm\sqrt{57}}{8}$$

答 $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{57}}{8}$

④　解の公式に，$a=5$，$b=-1$，$c=-3$を代入すると

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times5\times(-3)}}{2\times5}$$

$$=\frac{1\pm\sqrt{61}}{10}$$

答　$x=\frac{1\pm\sqrt{61}}{10}$

問４	次の２次方程式を，解の公式を使って解きなさい。	
	①　$5x^2+7x+2=0$	②　$6x^2-x-1=0$
	③　$2x^2+5x-3=0$	④　$5x^2-x-4=0$

解答　①　解の公式に，$a=5$，$b=7$，$c=2$を代入すると

$$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times5\times2}}{2\times5}$$

$$=\frac{-7\pm\sqrt{9}}{10}$$

$$=\frac{-7\pm3}{10}$$

したがって　$x=\frac{-7+3}{10}$　または　$x=\frac{-7-3}{10}$

つまり　$x=-\frac{2}{5}$　または　$x=-1$　　答　$x=-\frac{2}{5}$，$x=-1$

②　解の公式に，$a=6$，$b=-1$，$c=-1$を代入すると

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times6\times(-1)}}{2\times6}$$

$$=\frac{1\pm\sqrt{25}}{12}$$

$$=\frac{1\pm5}{12}$$

したがって　$x=\frac{1+5}{12}$　または　$x=\frac{1-5}{12}$

つまり　$x=\frac{1}{2}$　または　$x=-\frac{1}{3}$　　答　$x=\frac{1}{2}$，$x=-\frac{1}{3}$

③　解の公式に，$a=2$，$b=5$，$c=-3$を代入すると

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times2\times(-3)}}{2\times2}$$

$$=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{4}$$

$$=\frac{-5\pm7}{4}$$

したがって　$x=\frac{-5+7}{4}$　または　$x=\frac{-5-7}{4}$

つまり　　$x=\frac{1}{2}$　または　$x=-3$　　**答** $\boldsymbol{x}=\frac{1}{2}$，$\boldsymbol{x}=-3$

④　解の公式に，$a=5$，$b=-1$，$c=-4$を代入すると

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times5\times(-4)}}{2\times5}$$

$$=\frac{1\pm\sqrt{81}}{10}$$

$$=\frac{1\pm9}{10}$$

したがって　$x=\frac{1+9}{10}$　または　$x=\frac{1-9}{10}$

つまり　　$x=1$　または　$x=-\frac{4}{5}$　　**答** $\boldsymbol{x}=1$，$\boldsymbol{x}=-\frac{4}{5}$

問５　次の２次方程式を，解の公式を使って解きなさい。

①　$x^2+4x+1=0$　　②　$2x^2-8x+7=0$

③　$3x^2-4x-5=0$　　④　$x(x+6)=3$

考え方　①　$\frac{-\cancel{4}^{2}\pm\cancel{2}^{1}\sqrt{3}}{\cancel{2}_{1}}$　②　$\frac{\cancel{8}^{4}\pm\cancel{2}^{1}\sqrt{2}}{\cancel{4}_{2}}$　③　$\frac{\cancel{4}^{2}\pm\cancel{2}^{1}\sqrt{19}}{\cancel{6}_{3}}$

④　２次方程式$x^2+6x-3=0$ を解の公式を使って解く。

解答　①

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times1}}{2\times1}$$

$$=\frac{-4\pm\sqrt{12}}{2}$$

$$=\frac{-4\pm2\sqrt{3}}{2}$$

$$=-2\pm\sqrt{3}$$

答 $\boldsymbol{x}=-2\pm\sqrt{3}$

②

$$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times2\times7}}{2\times2}$$

$$=\frac{8\pm\sqrt{8}}{4}$$

$$=\frac{8\pm2\sqrt{2}}{4}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{2}}{2}$$

答 $x=\frac{4\pm\sqrt{2}}{2}$

③

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times3\times(-5)}}{2\times3}$$
$$=\frac{4\pm\sqrt{76}}{6}$$
$$=\frac{4\pm2\sqrt{19}}{6}$$
$$=\frac{2\pm\sqrt{19}}{3}$$

答 $x=\dfrac{2\pm\sqrt{19}}{3}$

④

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$$
$$=\frac{-6\pm\sqrt{48}}{2}$$
$$=\frac{-6\pm4\sqrt{3}}{2}$$
$$=-3\pm2\sqrt{3}$$

答 $x=-3\pm2\sqrt{3}$

Q1 次の 2 次方程式を，まずは解の公式を使わずに解きましょう。次に，解の公式を使って解いて，どちらの方法で解いても解は同じになることを確かめましょう。

① $x^2-9x+14=0$　　② $4x^2-68=0$

解答 ① 左辺を因数分解すると

$x^2-9x+14=0$

$(x-2)(x-7)=0$

$x=2$，$x=7$

解の公式を使って解くと

$$x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times1\times(-14)}}{2\times1}$$
$$=\frac{9\pm\sqrt{25}}{2}$$
$$=\frac{9\pm5}{2}$$

したがって $x=\dfrac{9+5}{2}$ または $x=\dfrac{9-5}{2}$

つまり　$x=7$ または $x=2$

因数分解を使って解いても，解の公式を使って解いても解は同じになることがわかる。

② 平方根を使って解くと

$4x^2-68=0$

$4x^2=68$

$x^2=17$

$x=\pm\sqrt{17}$

解の公式を使って解くと

$$x=\frac{0\pm\sqrt{0-4\times4\times(-68)}}{2\times4}$$
$$=\frac{\pm\sqrt{1088}}{8}$$
$$=\frac{\pm8\sqrt{17}}{8}$$
$$=\pm\sqrt{17}$$

平方根を使って解いても，解の公式を使って解いても解は同じになることがわかる。

問6 次の 2 次方程式を解きなさい。

① $x^2+12x+27=0$　　② $x^2-6x+3=0$

③ $8x^2-48=0$　　④ $(x-9)^2-1=0$

⑤ $9x^2+6x+1=0$　　⑥ $5x^2+10x-15=0$

⑦ $4x^2-4x-4=0$　　⑧ $6x^2+x-1=0$

考え方　Q1で，２次方程式は解の公式を使わずに解いても使って解いても，解が同じになることを確かめている。ここでは，どの方法を使えるか考えながら解こう。

解答　①
$$x^2+12x+27=0$$
$$(x+3)(x+9)=0$$
$$x=-3,\ x=-9$$
答 $\boldsymbol{x}=-3$，$\boldsymbol{x}=-9$

②
$$x^2-6x+3=0$$
$$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times1\times3}}{2\times1}$$
$$=\frac{6\pm\sqrt{24}}{2}$$
$$=\frac{6\pm2\sqrt{6}}{2}$$
$$=3\pm\sqrt{6}$$
答 $\boldsymbol{x}=3\pm\sqrt{6}$

③
$$8x^2-48=0$$
$$8x^2=48$$
$$x^2=6$$
$$x=\pm\sqrt{6}$$
答 $\boldsymbol{x}=\pm\sqrt{6}$

④
$$(x-9)^2-1=0$$
$$(x-9)^2=1$$
$$x-9=\pm1$$
$$x=9\pm1$$
$$x=10,\ x=8$$
答 $\boldsymbol{x}=10$，$\boldsymbol{x}=8$

⑤
$$9x^2+6x+1=0$$
$$(3x)^2+2\times1\times3x+1=0$$
$$(3x+1)^2=0$$
$$3x+1=0$$
$$x=-\frac{1}{3}$$
答 $\boldsymbol{x}=-\frac{1}{3}$

⑥
$$5x^2+10x-15=0$$
$$5(x^2+2x-3)=0$$
$$x^2+2x-3=0$$
$$(x-1)(x+3)=0$$
$$x=1,\ x=-3$$
答 $\boldsymbol{x}=1$，$\boldsymbol{x}=-3$

⑦
$$4x^2-4x-4=0$$
$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times4\times(-4)}}{2\times4}$$
$$=\frac{4\pm\sqrt{80}}{8}$$
$$=\frac{4\pm4\sqrt{5}}{8}$$
$$=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$$
答 $\boldsymbol{x}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

⑧
$$6x^2+x-1=0$$
$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times6\times(-1)}}{2\times6}$$
$$=\frac{-1\pm\sqrt{25}}{12}$$
$$=\frac{-1\pm5}{12}$$
$x=\frac{-1+5}{12}$　または　$x=\frac{-1-5}{12}$

$x=\frac{1}{3}$　または　$x=-\frac{1}{2}$

答 $\boldsymbol{x}=\frac{1}{3}$，$\boldsymbol{x}=-\frac{1}{2}$

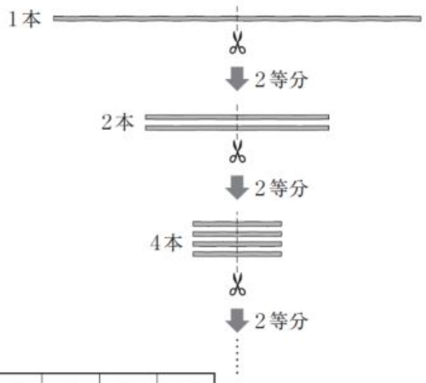
いろいろな関数（１）

●基本事項ノート●

◎　いろいろな関数

身のまわりのいろいろな２つの数量の関係を表やグラフを使って変化や対応の様子を調べる。

１本のひもを２等分し，その２本のひもをまた２等分します。
切った回数とひもの本数の間には，どんな関係があるでしょうか。下の表を使って調べましょう。



切った回数（回）	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ひもの本数（本）	1	2	4								

解答

切った回数（回）	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ひもの本数（本）	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

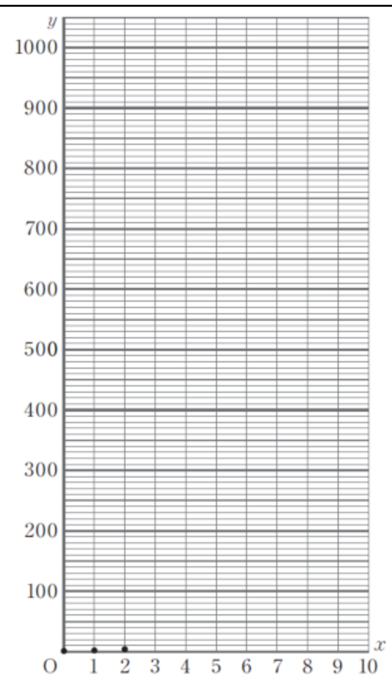
Q1 上の で，x 回切ったときのひもの本数を y 本として，次の問いに答えなさい。

① y は x の関数といえますか。

② x の値が１増加すると，y の値はどのように変化しますか。

③ 右の図は，対応する x，y の値の組を点で表したグラフです。続きの点をかき加えましょう。

④ y は x の２乗に比例しているといえるかどうかを判断して，その理由も説明しましょう。



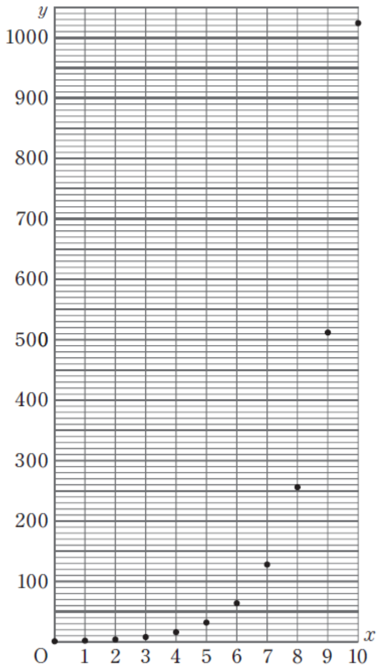
考え方　①　ともなって変わる2つの数量x，yがあって，xの値を決めると，それに対応するyの値がただ1つ決まるとき，yはxの関数であるといえる。

④　2乗に比例する関数$y=ax^2$の特徴(とくちょう)と比べて判断する。

解答　①　いえる。

②　2倍になる。

③　（右の図）



④　いえない。

（理由）・x＝0のとき，y＝0でないから。

・xの値が2倍，3倍，4倍，…になるとき，それに対応するyの値がそれぞれ4倍，9倍，16倍，…でないから。

など

問１　前ページので，最初のひもの長さを240cmとします。x回切ったときの１本のひもの長さを$y$cmとして，次の問いに答えなさい。

①　右の表は，対応する x，y の値の関係を表すためのものです。この表を完成させなさい。

x	0	1	2	3	4	5
y	240					

②　xの値が１増加すると，yの値はどのように変化しますか。

③　yはxの関数ですが，反比例ではありません。その理由を説明しなさい。

考え方　③　反比例の特徴と比べてちがう点を表から読み取る。

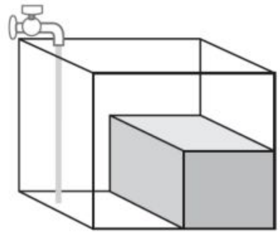
解答　①

x	0	1	2	3	4	5
y	240	120	60	30	15	7.5

②　$\frac{1}{2}$倍（半分）になる。

③　対応するxとyの値の積が一定でないから。　　など

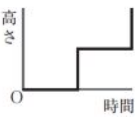
Q2 右の絵のように，直方体の水そうの底に段が固定してあります。この水そうに，一定の割合で水を入れていきます。



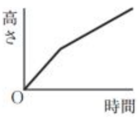
水を入れ始めてから満水になるまでの時間と水面の高さの関係について考えましょう。

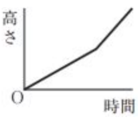
① 水面の高さは，水を入れ始めてからの時間の関数といえますか。

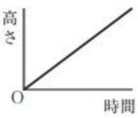
② 水を入れ始めてから満水になるまでの，時間と水面の高さの関係を表すグラフを，下の㋐～㋔の中から１つ選び，記号で答えましょう。また，そのグラフを選んだ理由を説明しましょう。

㋐


㋑


㋒


㋓


㋔


考え方 ① 水を入れ始めてからの時間が決まると，水面の高さはただ1つ決まる。

解答 ① いえる。

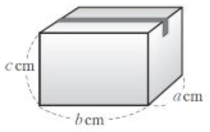
② ㋒

（理由）時間と水面の高さの関係は1次関数といえるが，水面の高さが段の高さと等しくなるところで変化の割合が変わる。等しくなる前の方が水面の面積が小さいから，1次関数の変化の割合は大きい。つまり，グラフは，水面の高さが段の高さと等しくなるところで，傾きが大から小へ変わる折れ線グラフであるから。

補助教材　P.10〜11

いろいろな関数（２）

市内に荷物を送るときの宅配便の料金について，A社とB社を比較したい。どちらの会社でも，料金は荷物の大きさに応じて決められている。荷物の大きさとは，縦の長さ，横の長さ，高さの和である。



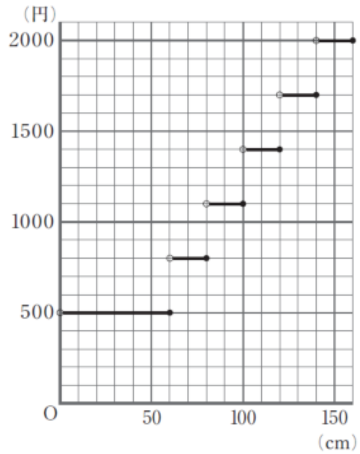
（荷物の大きさ）＝$a+b+c$

次の表はA社の料金表で，荷物の大きさが 60cm 以下ならば 500 円，それよりも大きくて 80cm 以下ならば 800 円などと定められている。

A 社の料金表

荷物の大きさ	60cm 以下	80cm 以下	100cm 以下	120cm 以下	140cm 以下	160cm 以下
料金	500 円	800 円	1100 円	1400 円	1700 円	2000 円

また，A社の料金のしくみをグラフに表すと，右の図のようになる。



問１　A社の料金について次の問いに答えなさい。

① 料金は荷物の大きさの関数といえますか。

② 荷物の大きさが 130cm であるときの料金を求めなさい。

③ 1000 円以下で送ることができる荷物の大きさは，最大で何 cm ですか。

考え方　① 荷物の大きさが決まれば，料金はただ1つ決まる。

②，③ 表やグラフから荷物と料金の関係を読み取る。

解答　① いえる。

② 1700 円

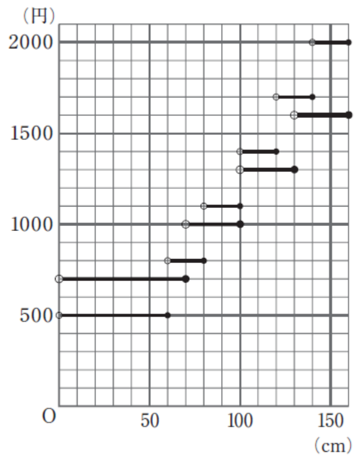
③ 80cm

問２　次の表は，B社の料金表です。上の図に，B社の料金のグラフをかき加えなさい。

B 社の料金表

荷物の大きさ	70cm 以下	100cm 以下	130cm 以下	160cm 以下
料金	700 円	1000 円	1300 円	1600 円

解答　（右の図）



Q1 これまでの話で，荷物の大きさが次の場合，料金はＡ社とＢ社のどちらが安いかを，表やグラフから判断しましょう。

① 70cm　② 80cm　③ 150cm

解答 ① Ｂ社　② Ａ社　③ Ｂ社

Q2 大きさが 160cm 以下の荷物を送るとき，Ａ社とＢ社のどちらを選ぶと安いかを整理します。

荷物の大きさを $x$cm として，次の説明を完成させましょう。

> Ａ社の方が安いのは，x の変域が $0 \leqq x \leqq$ □ の場合と，
> □ の場合である。
> それ以外の場合は，Ｂ社の方が安い。

考え方 問２ で作ったグラフや表から，Ａ社とＢ社の料金を比べて情報を読み取る。

解答 Ａ社の方が安いのは，x の変域が $0 \leqq x \leqq \boxed{60}$ の場合と，

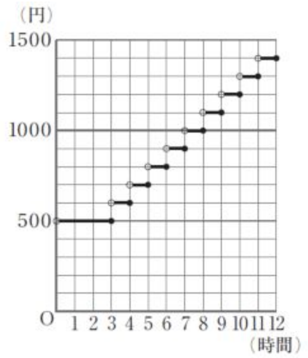
$\boxed{70 < x \leqq 80}$ の場合である。

それ以外の場合は，Ｂ社の方が安い。

問３ 右の図は，ある駐車場(ちゅうしゃじょう)の駐車時間と料金の関係を表したグラフです。次の問いに答えなさい。

① この駐車場を 4 時間 30 分利用したときの料金はいくらですか。

② このグラフからわかる料金のしくみを，ことばで簡潔に説明しなさい。ただし，12 時間をこえる場合については考えないことにします。



考え方 ① 駐車時間が決まると，料金はただ1つ決まるから，料金は駐車時間の関数である。

解答 ① 700 円

② 駐車時間が 3 時間以下の料金は 500 円。3 時間をこえると 1 時間あたり 100 円ずつ加算される。

補助教材　P.14

A章　円周角の定理

この章について　チョットー言！

ここでは，これまでに学習した図形の基本知識をもとに，円についての定理や性質を学習します。円周角と中心角の関係を活用して角の大きさを求めたり，その関係を具体的な場面で説明したりできるようになることが，ここでの学習のポイントです。

1　円周角と中心角の関係

1　円周角と中心角

●基本事項ノート●

◎　円周角の定理

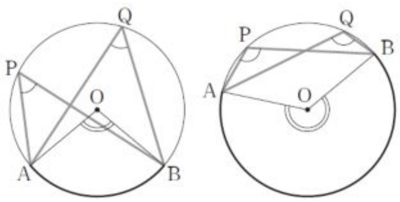
⇨円周角と中心角

円Oにおいて，ＡＢを除いた周上の点をＰとするとき，∠ＡＰＢを$\overparen{\mathrm{AB}}$に対する円周角（えんしゅうかく）といい，∠ＡＯＢを$\overparen{\mathrm{AB}}$に対する中心角（ちゅうしんかく）という。

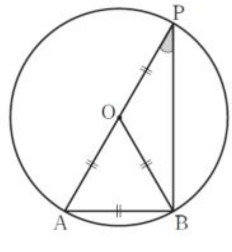
⇨円周角の定理

１つの弧（こ）に対する円周角はすべて等しく，その弧に対する中心角の半分である。

∠ＡＰＢ＝∠ＡＱＢ＝$\frac{1}{2}$∠ＡＯＢ

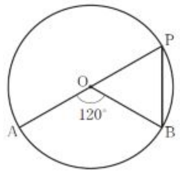


右の図は，正三角形ＯＡＢと，頂点Ｏを中心として２点Ａ，Ｂを通る円をかいたものです。ＡＯを延長して，円周との交点をＰとし，弦（げん）ＰＢをひくとき，∠ＡＰＢの大きさを，計算で求めましょう。



解答　ＯＰ，ＯＢは円Ｏの半径だから，△ＯＰＢは二等辺三角形
三角ＯＡＢは正三角形だから，∠ＡＯＢ＝60°
∠ＰＯＢ＝180°－60°＝120°
△ＯＰＢは二等辺三角形だから
∠ＯＰＢ＝(180°－60°)÷2＝30°　　答 30°

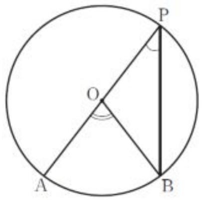
Q1　右の図で，∠APBの大きさを，計算で求めましょう。また，∠AOBと∠APBの大きさの関係について，気づいたことをいいましょう。



考え方　△ＯＰＢは二等辺三角形，∠ＡＯＢは△ＯＢＰの外角

解答　∠ＡＰＢ＋∠ＯＢＰ＝120°（三角形の外角）
∠ＡＰＢ＝∠ＯＢＰ（二等辺三角形）
したがって　∠ＡＰＢ＝60°
中心角の半分の大きさになっている。

Q2　これまでに調べたことから，右の図の∠ＡＯＢと∠ＡＰＢの間には，どのような関係が予想されますか。また，予想したことを証明しましょう。

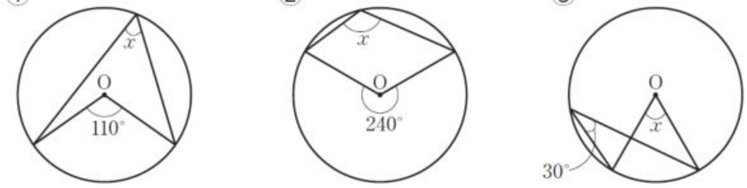


考え方　三角形の外角は，それととなり合わない2つの内角の和に等しい。

解答　予想されること…$∠\mathrm{APB}=\frac{1}{2}∠\mathrm{AOB}$

［証明］
△ＯＢＰ は，ＯＢ＝ＯＰ である二等辺三角形なので
∠ＯＢＰ＝∠ＡＰＢ
三角形の内角と外角の関係から
∠ＡＯＢ=∠ＡＰＢ+∠ＯＢＰ
したがって　∠ＡＯＢ=2∠ＡＰＢ
ゆえに　$∠\mathrm{APB}=\frac{1}{2}∠\mathrm{AOB}$

問１　次の図で，∠xの大きさを求めなさい。



考え方　②　∠x は中心角240°のおうぎ形の弧に対する円周角
③　∠x は円周角30°のおうぎ形の弧に対する中心角

解答
①　$∠x=\frac{1}{2}\times 110°$
$=55°$

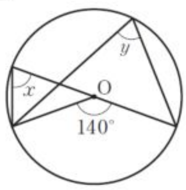
②　$∠x=\frac{1}{2}\times 240°$
$=120°$

②　$∠x=2\times 30°$
$=60°$

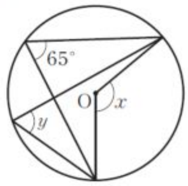
補助教材　P.16

問２　次の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

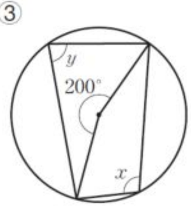
①



②



③



考え方　円周角の定理は，次の2つのことがらに分けられる。

$\boxed{1}$　1つの弧に対する円周角はすべて等しい。

$\boxed{2}$　同じ弧に対して，円周角$=\dfrac{1}{2}\times$中心角

解答　①　$\angle x$ は中心角 140°　のおうぎ形の弧に対する円周角だから　$\angle x=70°$

$\angle y$ は，$\angle x$ と同じ弧に対する円周角だから　$\angle x=\angle y$　よって $\angle y=70°$

答　$\angle x=70°$　，$\angle y=70°$

②　$\angle x$ は 65°　の円周角と同じ弧に対する中心角だから　65°　×2＝130°　　$\angle x=130°$

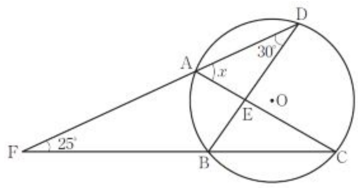
同じ弧に対する円周角だから　$\angle y=65°$　　**答**　$\angle x=130°$　，$\angle y=65°$

③　$\angle x$ は中心角 200°　のおうぎ形の弧に対する円周角だから　$\angle x=100°$

$\angle y$ は中心角 360°　−200°　=160°　のおうぎ形の弧に対する円周角だから

$\angle y=80°$　　**答**　$\angle x=100°$　，$\angle y=80°$

問３　右の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。また，どのように求めたかを説明しなさい。



解答　$\angle x=55°$

［説明］

$\overset{\frown}{\mathrm{DC}}$ に対する円周角は等しいから

∠ＤＢＣ＝∠ＤＡＣ＝∠x

△ＤＦＢにおいて，三角形の内角と外角の関係から

∠ＤＢＣ＝∠ＤＦＢ＋∠ＦＤＢ

＝25°　＋30°

＝55°

したがって　∠x ＝55°

2　円周角の定理の活用

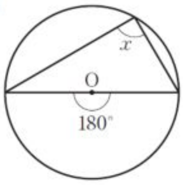
●基本事項ノート●

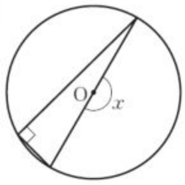
⇨半円の弧に対する円周角

半円の弧に対する円周角は直角である。

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する円周角が90°ならば，弦ＡＢはその円の直径である。

右の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

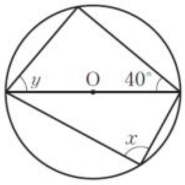
①


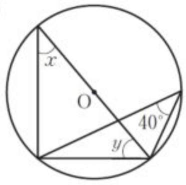
②


解答　①　$\angle x$は中心角180°のおうぎ形の弧に対する円周角だから　$\angle x=90°$

②　$\angle x=180°$

問１　右の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

①


②


解答　①　$\angle x$ は半円の弧に対する円周角だから　$\angle x=90°$

三角形の内角の和は 180°だから，$\angle y=180°-90°-40°=50°$

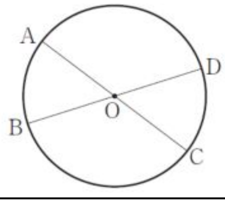
答　$\angle x=90°$，$\angle y=50°$

②　１つの弧に対する円周角はすべて等しいから　$\angle x=40°$

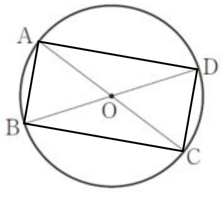
三角形の内角の和は 180°だから，$\angle y=180°-90°-40°=50°$

答　$\angle x=40°$，$\angle y=50°$

問２　右の図で，ＡＣ，ＢＤは，ともに円Ｏの直径です。
四角形ＡＢＣＤは，どんな四角形ですか。

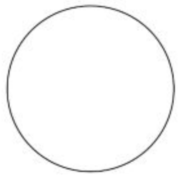


考え方　半円の弧に対する円周角は直角だから，
$\angle \mathrm{ABC}=\angle \mathrm{ADC}=\angle \mathrm{BAD}=\angle \mathrm{BCD}=90°$
したがって，４つの角がすべて等しいから，
四角形ＡＢＣＤは長方形である。

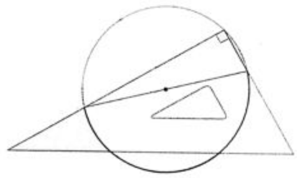


解答　長方形

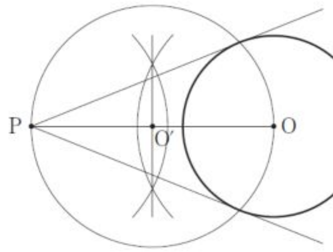
Q1　右の図は円ですが，その中心はわかっていません。三角定規などの直角を使って，円の中心を求めましょう。また，どのように求めたかを説明しましょう。



解答　［説明］
三角定規の直角の頂点を，円の内側から円に接するように置く。このとき，直角をはさむ 2 辺と円が交わる 2 点を結ぶと直径になる。
これと同じことをもう一度して，別の直径をひく。
2つの直径の交点が円の中心である。



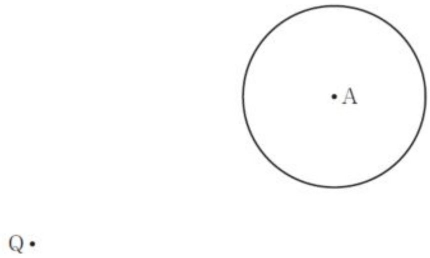
Q2　右の図は，円Ｏの外側にある点Ｐから，円Ｏに接線を作図する方法を示したものです。右の図を見て，どのように作図したのかを考えましょう。



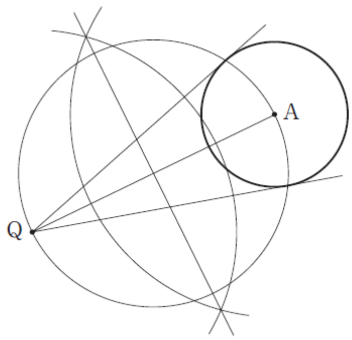
考え方　円の接線は，接点を通る半径に垂直である。
また，半円の弧に対する円周角は直角である。

解答　まず，線分ＰＯの垂直二等分線を作図し，ＰＯの中点をＯ’とする。
次に，Ｏ’を中心とし，PO’を半径とする円Ｏ’をかき，円Ｏと交わる点をＡ，Ｂとすると，Ａ，Ｂが求める接線の接点である。
最後に，直線ＰＡ，ＰＢをそれぞれひくと，これらが求める接線である。

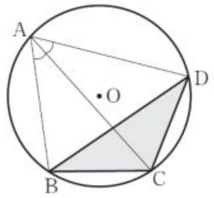
問３　Q2の方法で，点Ｑから円Ａに２本の接線を作図しなさい。



解答



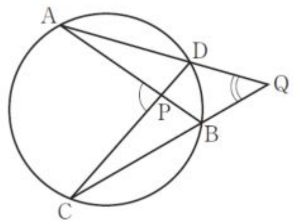
問４　右の図で，４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄは円Ｏの周上の点です。
ＡＣが∠ＢＡＤの二等分線であるとき，△ＢＣＤは二等辺三角形であることを，次のように証明しました。
□をうめて，証明を完成させなさい。



［証明］ＡＣは∠ＢＡＤの二等分線だから　∠ＢＡＤ＝∠ＣＡＤ
$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角だから　∠ＢＤＣ＝∠$\boxed{\quad\quad}$
$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角だから　∠ＣＢＤ＝∠$\boxed{\quad\quad}$
したがって　∠$\boxed{\quad\quad}$＝∠$\boxed{\quad\quad}$
２つの角が等しいから，△ＢＣＤは二等辺三角形である。

解答　（上から）ＢＡＣ，ＣＡＤ，ＢＤＣ，ＣＢＤ

問５　**例１** の図で，ＡＤ，ＣＢをそれぞれ延長したときの交点をＱとします。
このとき，∠ＡＱＣは $\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角から $\overset{\frown}{BD}$ に対する円周角をひいた差に等しいことを証明しなさい。



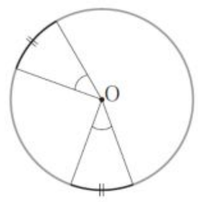
解答　△ＡＢＱ において，
三角形の内角と外角の関係より
∠ＡＱＣ＝∠ＡＢＣ－∠ＢＡＤ
∠ＡＢＣは $\overset{\frown}{AC}$，∠ＢＡＤは $\overset{\frown}{BD}$ に対する円周角だから，
∠ＡＱＣは $\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角から $\overset{\frown}{BD}$ に対する円周角をひいた差に等しい。

３　中心角，円周角と弧

●基本事項ノート●

⇨中心角と弧

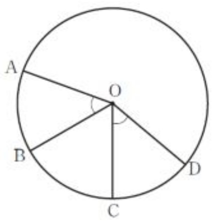
1　１つの円で，等しい中心角に対する弧は等しい。
2　１つの円で，等しい弧に対する中心角は等しい。



⇨円周角と弧

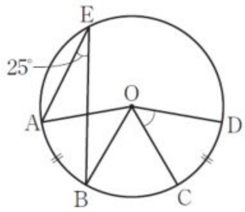
1　１つの円で，等しい弧に対する円周角は等しい。
2　１つの円で，等しい円周角に対する弧は等しい。

右の図の円Ｏで，∠ＡＯＢ＝∠ＣＯＤであるとき，
$\overset{\frown}{AB}$ と $\overset{\frown}{CD}$ の長さは等しいといえるでしょうか。
また，$\overset{\frown}{AB}$ と $\overset{\frown}{CD}$ の長さが等しいとき，
∠ＡＯＢ＝∠ＣＯＤといえるでしょうか。



解答　どちらもいえる。

問１　右の図で，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}=\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ のとき，∠ＣＯＤの大きさを求めなさい。



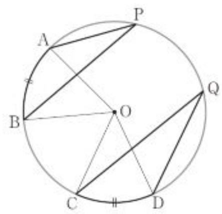
解答　円周角の定理より，∠ＡＯＢ＝50°

1つの円で，等しい弧に対する中心角は等しいから　∠ＣＯＤ＝∠ＡＯＢ＝50°

答　∠ＣＯＤ＝50°

問２　1つの円では，等しい円周角に対する弧は等しいことを証明しなさい。

解答　円Ｏの等しい円周角を∠ＡＰＢ，∠ＣＱＤとする。



∠ＡＰＢ＝∠ＣＱＤ

∠ＡＯＢ＝２∠ＡＰＢ

∠ＣＯＤ＝２∠ＣＱＤ

したがって

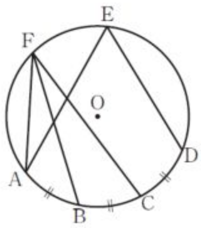
∠ＡＯＢ＝∠ＣＯＤ

1 つの円で，等しい中心角に対する弧は等しいから

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}=\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$

ゆえに，1つの円では，等しい円周角に対する弧は等しい。

問３　右の図で，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}=\overset{\frown}{\mathrm{BC}}=\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$です。∠ＡＦＣ＝40°であるとき，∠ＡＦＢと∠ＡＥＤの大きさを求めなさい。



解答　1つの円で，等しい弧に対する円周角は等しいから

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}=\overset{\frown}{\mathrm{BC}}=\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ より，∠ＡＦＢ＝∠ＢＦＣ＝∠ＣＥＤ…(1)

また，∠ＡＦＣ＝40°だから，∠ＡＦＣ＝∠ＡＦＢ＋∠ＢＦＣ＝2∠ＡＦＢ＝40°

したがって　∠ＡＦＢ＝20°…(2)

円周角の定理より，∠ＡＥＢ＝∠ＡＦＢ…(3)

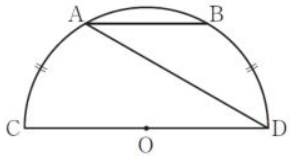
(1)，(2)，(3) より

∠ＡＥＤ＝∠ＡＥＢ＋∠ＢＥＣ＋∠ＣＥＤ＝3∠ＡＦＢ＝3×20°

答　∠ＡＦＢ＝20°，∠ＡＥＤ＝60°

補助教材　P.21～23

問４　右の図の半円において，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$ であるとき，
AB//CDであることを証明しなさい。



考え方　円周角の定理を使って求める。

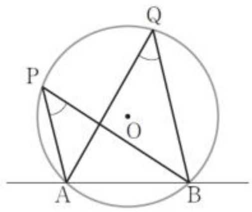
解答　１つの円で，等しい弧に対する円周角は等しいから
　∠ＡＤＣ＝∠ＢＡＤ
錯角が等しいからＡＢ//ＣＤ

4　円周角の定理の逆

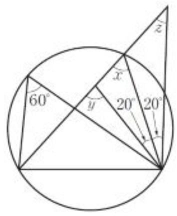
●基本事項ノート●

⇨円周角の定理の逆

２点Ｐ，Ｑが直線ＡＢについて同じ側にあって
∠ＡＰＢ＝∠ＡＱＢならば，４点Ａ，Ｂ，Ｑ，Ｐは
１つの円周上にある。



右の図で，$\angle x$，$\angle y$，$\angle z$ の大きさを求めなさい。

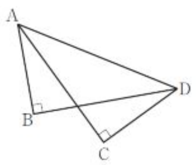


解答　円周角の定理より，$\angle x=60°$
三角形の外角は，それととなり合わない２つの内角の和に等しいから
$\angle y=\angle x+20°=80°$
$\angle z+20°=\angle x$　だから$\angle z+20°=60°$　　$\angle z=40°$

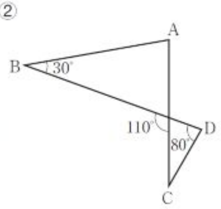
答　$\angle x=60°$，$\angle y=80°$，$\angle z=40°$

問１　次の図で，４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄは１つの円周上にありますか。

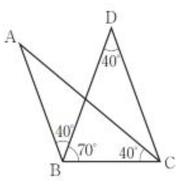
①



②



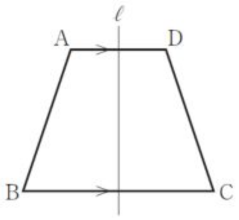
③



考え方　円周角の定理の逆を使って考える。

解答　①　∠ＡＢＤ＝∠ＡＣＤ＝90°だから，１つの円周上にある。
②　∠ＡＢＤ＝∠ＡＣＤ＝30°だから，１つの円周上にある。
③　１つの円周上にない。

問２　右の図は，直線ℓ を対称の軸とする線対称な台形です。
この台形の４つの頂点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄをすべて通る円をかくことはできますか。結論を示して，そのことを証明しなさい。



解答　［結論］できる。

［証明］

△ＡＢＣと△ＤＣＢにおいて

台形ＡＢＣＤは直線ℓ を軸とする線対称な図形だから

ＡＢ＝ＤＣ

∠ＡＢＣ＝∠ＤＣＢ

また　ＢＣは共通

2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

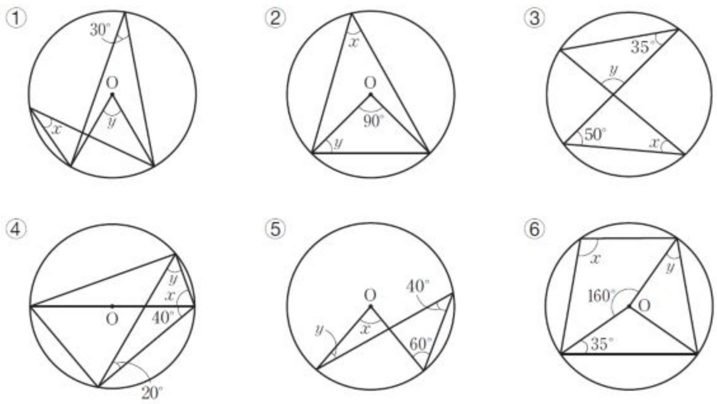
△ＡＢＣ≡△ＤＣＢ

したがって　∠ＢＡＣ＝∠ＣＤＢ

円周角の定理の逆より，この台形の4つの頂点をすべて通る円をかくことはできる。

Ａ章のたしかめ

１　次の図で，$\angle x$，$\angle y$の大きさを求めなさい。



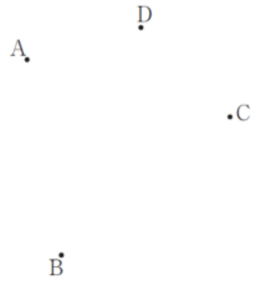
解答
① $\angle x=30°$ ，$\angle y=60°$
② $\angle x=45°$ ，$\angle y=45°$
③ $\angle x=35°$ ，$\angle y=95°$
④ $\angle x=70°$ ，$\angle y=50°$
⑤ $\angle x=80°$ ，$\angle y=20°$
⑥ $\angle x=100°$ ，$\angle y=45°$

補助教材　P.24～25

2　右の図で，どの角とどの角の大きさが等しいとき，4点A，B，C，Dは1つの円周上にあるといえますか。次の□にあてはまる角をかき入れなさい。

① ∠BDC＝∠□

② ∠ABD＝∠□



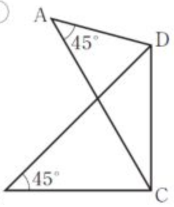
考え方　円周角の定理の逆を使って考える。

解答　① BAC

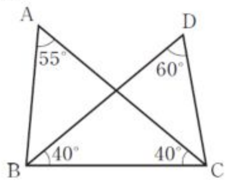
② ACD

3　次の図で，4点A，B，C，Dは1つの円周上にありますか。

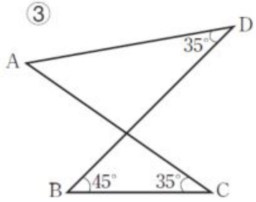
①



②



③



考え方　円周角の定理の逆を使って考える。

解答　① 1つの円周上にある。

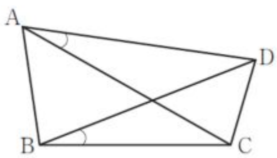
② 1つの円周上にない。

③ 1つの円周上にある。

4　右の図の四角形ABCDで，

∠DAC＝∠DBC

であるとき，∠BACと大きさが等しい角を答えなさい。



考え方　∠DAC＝∠DBCだから，四角形ABCDの頂点は1つの円周上にある。

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しい。

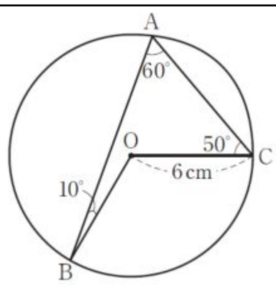
解答　∠BDC

5　右の図で，3点A，B，Cは円Oの周上の点です。円Oの半径が6cmのとき，次の問いに答えなさい。

① ∠BOCの大きさを求めなさい。

② $\overset{\frown}{BC}$ の長さを求めなさい。

③ $\overset{\frown}{BC}$ と半径OB，OCで囲まれたおうぎ形OBCの面積を求めなさい。

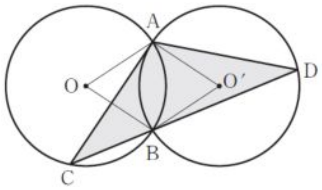


解答　①　∠ＢＯＣ＝120°

②　$2\pi\times6\times\frac{120}{360}=4\pi$　　**答**　4π　cm

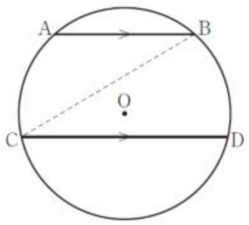
③　$\pi\times6^2\times\frac{120}{360}=12\pi$　　**答**　12π　cm^2

6　合同な2つの円Ｏ，Ｏ’が右の図のように2点Ａ，Ｂで交わり，Ｂを通る直線が円Ｏ，Ｏ’とそれぞれ点Ｃ，Ｄで交わるとき，△ＡＣＤは二等辺三角形になることを証明しなさい。



解答　合同な2つの円の半径だから
ＯＡ＝ＯＢ＝Ｏ’Ａ＝Ｏ’Ｂ　より，四角形ＡＯＢＯ’はひし形である。
よって　∠ＡＯＢ＝∠ＡＯ’Ｂ　…(1)
円Ｏにおいて，∠ＡＣＢは $\overset{\frown}{AB}$ の円周角だから
$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$　…(2)
円Ｏ’において，同様に $\angle ADB=\frac{1}{2}\angle AO'B$　…(3)
(1)，(2)，(3)より　∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢ
2つの角が等しいから，△ＡＣＤは二等辺三角形になる。
（別解）
中心角と弧の定理は，合同な2つの円についても成り立つから，
上記(1)より，円ＯのＡＢと円Ｏ’の $\overset{\frown}{AB}$ は等しい。
円周角と弧の定理は，合同な2つの円についても成り立つから，
合同な2 つの円Ｏ，Ｏ’で，それぞれの $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しい。
よって　∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢ
2つの角が等しいから，△ＡＣＤは二等辺三角形になる。

7　円Ｏにおいて，平行な2つの弦をＡＢ，ＣＤとするとき，
$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$
であることを証明しなさい。



解答　線分ＢＣをひくと，平行線の錯角は等しいから，
ＡＢ//ＣＤより
∠ＡＢＣ＝∠ＢＣＤ
1つの円で，等しい円周角に対する弧は等しいから
$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$

3　相似な図形の面積比と体積比

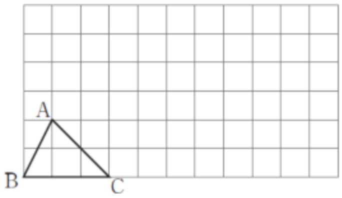
1　相似な図形の面積比

●基本事項ノート●

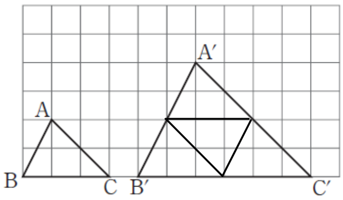
◎　相似な図形の面積比

⇨相似な図形の面積比は，相似比の２乗に等しい。
相似比がm：nならば，面積比はm^2：n^2である。

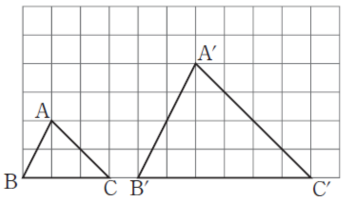
右の方眼に，△A’B’C’∽△ＡＢＣで，その相似比が 2：1 である△A’B’C’をかきましょう。このとき，△A’B’C’の面積は，△ＡＢＣの面積の何倍になるかを調べましょう。



考え方



解答



4 倍

問１　△A’B’C’∽△ＡＢＣで，B’C’＝3cm，ＢＣ＝6cm であるとき，次の問いに答えなさい。

①　△A’B’C’と△ＡＢＣの相似比を求めなさい。

②　△A’B’C’と△ＡＢＣの面積比を求めなさい。

③　△ＡＢＣの面積が 48cm^{2}のとき，△A’B’C’の面積を求めなさい。

考え方　①　B’C’：ＢＣ＝3：6

②　相似な三角形の面積の比は，相似比の2乗に等しい。1^2：2^2

解答　①　1：2

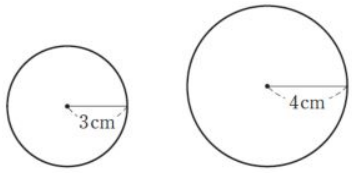
②　1：4

③　△A’B’C’の面積を$x$cm^{2}とすると，

x：48＝1：4

x＝12　　　答　12cm^2

問２　半径が 3cm の円と 4cm の円について，次の比を求めなさい。
① 円周の長さの比
② 面積の比

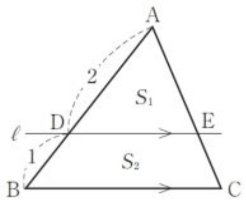


考え方　① 相似比に等しい。　② 相似比の2乗に等しい。$3^2 : 4^2$
解答　① 3：4　② 9：16

問３　四角形ＡＢＣＤ∽四角形ＥＦＧＨで，ＡＢ＝4cm，ＥＦ＝6cm です。四角形ＡＢＣＤの面積が 16cm^{2}であるとき，四角形ＥＦＧＨの面積は何 cm^{2}ですか。

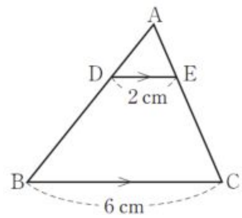
解答　相似比は　4：6＝2：3だから，
面積比は　$2^2 : 3^2$，すなわち4：9
四角形ＥＦＧＨの面積を$x$cm^{2}とすると
$4 : 9 = 16 : x$
$x = 36$
答　36 cm^2

問４　例題１で，△ABCの面積が 18cm^{2}のとき，S_2を求めなさい。



考え方　例題１　で，△ＡＢＣ：S_2＝9：5
解答　18：S_2＝9：5
$S_2 = 18 \times \frac{5}{9} = 10$
答　10cm^2

問５　右の図で，DE//BCです。
△ADEと台形DBCEの面積比を求めなさい。



解答　△ＡＤＥと△ＡＢＣは相似で，ＤＥ：ＢＣ＝2：6だから，
相似比は1：3である。
△ＡＤＥと△ＡＢＣは相似で，相似比が1：3 だから
△ＡＤＥ：△ＡＢＣ＝$1^2 : 3^2$＝1：9
したがって　△ＡＤＥ：台形ＤＢＣＥ＝1：(9－1) ＝1：8
答　△ＡＤＥ：台形ＤＢＣＥ＝1：8

２　相似な立体の表面積と体積

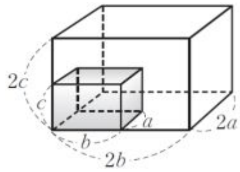
●基本事項ノート●

◎　相似な立体の表面積と体積

⇨ 1　相似な立体の表面積の比は，相似比の２乗に等しい。
相似比が$m : n$ならば，表面積の比は$m^2 : n^2$である。

2　相似な立体の体積比は，相似比の３乗に等しい。
相似比が$m : n$ならば，体積比は$m^3 : n^3$である。

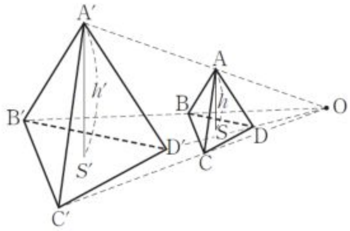
縦が a，横が b，高さが c の直方体があります。
この直方体の縦，横，高さをすべて 2 倍にした直方体の表面積と体積は，それぞれもとの何倍になりますか。



考え方　もとの直方体の表面積…$2(ab+bc+ac)$
体積…abc
縦，横，高さをすべて2倍にした直方体
表面積…$2(4ab+4bc+4ac)=8(ab+bc+ac)$
体積…$2a\times2b\times2c=8abc$

解答　**表面積　4 倍，体積　8 倍**

Q1　右の図の△B'C'D'の面積 S' は，△BCDの面積 S の何倍ですか。
また，三角すいA'B'C'D'の表面積は，三角すいＡＢＣＤの表面積の何倍ですか。



考え方　三角すいA'B'C'D'と三角すいＡＢＣＤは相似で，その相似比は，$k:1$ である。したがって，対応する面はすべてそれぞれ相似で，相似比は，$k:1$ である。

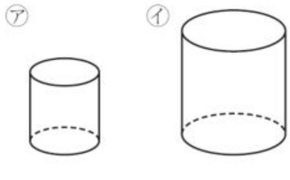
解答　**△B'C'D'の面積 S' は，△BCDの面積 S の k^2 倍。**
三角すいA'B'C'D'の表面積は，三角すいＡＢＣＤの表面積の k^2 倍。

問１　相似な 2 つの正四角すいがあります。その相似比が $1:2$ であるとき，次の比を求めなさい。
①　底面の正方形の周の長さの比　　②　底面積の比
③　表面積の比　　④　体積比

考え方　①　相似比に等しい。　②　相似比の2乗に等しい。$1^2:2^2$
③　相似比の2乗に等しい。$1^2:2^2$　④　相似比の3乗に等しい。$1^3:2^3$

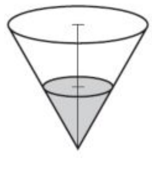
解答　①　**1：2**　②　**1：4**　③　**1：4**　④　**1：8**

問２　右の図の円柱㋐と㋑は相似で，その相似比は $2:3$ です。㋐の体積が 56cm^3 であるとき，㋑の体積を求めなさい。



解答　㋑の体積を $x\text{cm}^3$ とすると
$2^3:3^3=56:x$
$x=189$
答　$189\ \text{cm}^3$

問３　円すい形の容器に，コップ 1 ぱいの水を入れたところ，高さが $\frac{1}{2}$ の所まではいりました。この容器を満水にするには，同じコップで，あと何ばい入れるとよいですか。



補助教材　P.31

考え方　コップ1ぱいの水が入っている部分ともとの円すい形の容器は相似で，相似比は1：2である。

解答　コップ1ぱいの水の体積ともとの円すい形の容器の体積は，

$1^3：2^3＝1：8$

したがって，同じコップで，あと 8－1＝7（はい）入れるとよい。　答　7はい

練　習　問　題

1　△ＡＢＣ∽△ＤＥＦで，ＡＢ＝3cm，ＤＥ＝12cm です。
△ＤＥＦ＝192cm^2であるとき，△ＡＢＣの面積は何 cm^2ですか。

解答　△ＡＢＣと△ＤＥＦで，　相似比が3：12，すなわち1：4 だから

△ＡＢＣ:△ＤＥＦ＝$1^2：4^2$

△ＡＢＣ:192＝1：16

△ＡＢＣ×16＝192×1

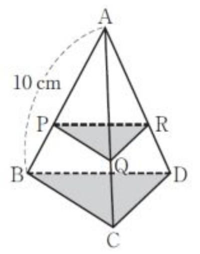
△ＡＢＣ＝12　答　12 cm^2

2　相似な 2 つの円すいＡ，Ｂがあります。Ａ，Ｂの底面積の比が 25：9 であるとき，次の比を求めなさい。
①　高さの比　②　表面積の比　③　体積比

考え方　底面積の比が$25：9＝5^2：3^2$だから，2 つの円すいＡ，Ｂの相似比は5：3 である。
③　体積比は$5^3:3^3$

解答　①　5：3　②　25：9　③　125：27

3　右の図で，三角すいＡＰＱＲと三角すいＡＢＣＤは相似で，ＡＢ＝10cm です。対応する 2 つの面△ＰＱＲと△ＢＣＤの面積比が1：2 であるとき，ＡＰの長さを求めなさい。



考え方　$1：2＝1^2：(\sqrt{2})^2$

解答　△ＰＱＲ：△ＢＣＤ=1：2 だから，

三角すいＡＰＱＲと三角すいＡＢＣＤの相似比は$1：\sqrt{2}$である。

△ＡＰＱ∽△ＡＢＣだから

$ＡＰ：ＡＢ＝1：\sqrt{2}$

$ＡＰ：10＝1：\sqrt{2}$

$ＡＰ×\sqrt{2}＝10×1$

したがって　$ＡＰ＝\dfrac{10}{\sqrt{2}}＝\dfrac{10\sqrt{2}}{2}＝5\sqrt{2}$　答　$5\sqrt{2}$ cm

B章　標本調査

この章について　チョットー言！

ここでは，標本調査の結果をもとに，全体の傾向や性質を効率よく調べることについて学習します。標本調査は私たちの日常生活において多くみられることなので，この章の学習によって調査結果から，傾向や性質を読み取ることができるようになりましょう。

1　全数調査と標本調査

1　全数調査と標本調査

●基本事項ノート●

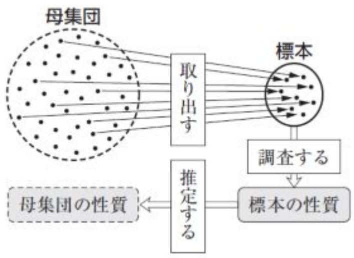
◎　全数調査と標本調査

⇨全数調査

　調査対象のすべてをもれなく調べることを全数調査という。

⇨標本調査

　全数調査に対して，調査対象の全体から一部を取り出して調べた結果をもとに，全体の傾向や性質を推定することを標本調査という。調査の対象全体を母集団，直接調査する対象として母集団から取り出された一部を標本，標本にふくまれる資料の個数を標本の大きさという。



⇨無作為抽出

　標本調査を行うとき，標本の取り出し方にかたよりがあると，調査結果に母集団の性質が正しく表れない場合がある。そのため，標本はくじ引きのように偶然によって決める方法で，調査の対象全体からかたよりなく取り出す必要がある。そのような取り出し方を無作為抽出という。

袋の中に黒と白の碁石が合計で 200 個はいっています。ただし，黒石と白石がそれぞれ何個入っているかは不明です。袋の中身をよくかき混ぜてから 20 個の碁石を取り出したところ，黒石が 14 個，白石が 6 個でした。このとき，袋の中の黒石と白石は，どちらが多いと思いますか。

補助教材　P.34～36

考え方　200個はいっている碁石のうち，20個の碁石を調べた結果からは，黒石の方が多いと予想される。この章では，この予想が正しいかどうかを調べましょう。

解答　黒石の方が多い。

問１　ある県の中学生 35047 人から 500 人を取り出して，最近１ヶ月の間に読んだ本の冊数をアンケートしたそうです。この調査の母集団と標本の大きさを答えなさい。

解答　母集団…ある県の中学生35047人
標本の大きさ…500人

問２　次の調査は，全数調査，標本調査のどちらで行われるでしょうか。また，その理由を考えなさい。
①　テレビ番組の視聴率調査（しちょうりつちょうさ）
②　ある中学校で行われる数学のテスト
③　ある工場でつくる蛍光灯（けいこうとう）の耐久（たいきゅう）時間の調査
④　有権者の何割が内閣（ないかく）を支持しているかを調べる世論調査

解答　①　標本調査
②　全数調査
③　標本調査
④　標本調査
（理由）
①，④では，全数調査を行うには多くの時間と費用がかかり困難なことと，標本調査でも傾向を知ることができるから，標本調査で行われる。
②では，一人一人の数学の理解度を調べるから，全数調査で行われる。
③では，全数調査を行うと商品が無くなってしまうので，標本調査で行われる。

Q1　全国の中学生を母集団とする標本調査で，人気があるスポーツは何かを調べます。この場合，次の①，②のように取り出した標本は，母集団と同じ傾向や性質を持つと考えてよいでしょうか。理由をつけて答えましょう。
①　北海道にあるＳ中学校の全校生徒 620 人
②　全国で販売（はんばい）している雑誌の読者アンケートはがきを送った男子中学生 520 人と女子中学生 214 人

解答　①　よくない。
（理由）
・母集団が全国だから，北海道にある中学校だけでは，地域にかたよりがある。
・Ｓ中学校だけではやっているスポーツがあって，母集団の傾向と異なる結果になる可能性がある。　など

補助教材　P.36～43

② よくない。

（理由）

・全国で販売されている雑誌でも，それを購入し，読者アンケートに興味を持ってはがきを送った人に限定されていてかたよりがある。

・どんな雑誌かが不明である。サッカー雑誌であれば，サッカーに興味がある生徒にかたよると考えられる。

・男女の比率が，母集団と大きく異なる。　など

2　乱数

●基本事項ノート●

⇨乱数

0から9までの10個の数字を，まったく無規則に，しかも，どの数字も同じ$\frac{1}{10}$の確率で表れるようにならべたものを乱数（らんすう）といい，標本を無作為抽出するときに使われる。乱数は，乱数さいやコンピュータなどを使ってつくることができる。

標本調査では，あらかじめ乱数を表の形にまとめた乱数表を利用することもある。

問１　乱数さいなどを使って，右の表から 10 個の標本を無作為抽出し，その平均値を求めなさい。

通学にかかる時間

番号	時間(分)	番号	時間(分)	番号	時間(分)	番号	時間(分)
1	28	21	20	41	10	61	1
2	16	22	25	42	18	62	23
3	19	23	15	43	→ 15	63	→ 30
4	5	24	3	44	23	64	21
5	→ 11	25	25	45	→ 10	65	22
6	14	26	2	46	24	66	15
7	3	27	→ 15	47	9	67	→ 12
8	10	28	→ 17	48	12	68	29
9	12	29	17	49	24	69	32
10	13	30	14	50	17	70	15
11	11	31	8	51	15	71	26
12	17	32	18	52	5	72	20
13	21	33	25	53	9	73	7
14	20	34	30	54	26	74	6
15	19	35	18	55	16	75	24
16	16	36	6	56	15	76	11
17	→ 10	37	20	57	8	77	28
18	→ 18	38	8	58	16	78	12
19	12	39	28	59	5	79	10
20	24	40	→ 14	60	22	80	16

考え方　乱数さいがない場合は，1～80 の番号を書いたカードを使ってもよい。
ここで求めた平均値 80 人全員の平均値 16.1 分と比較して考察しよう。

解答　省略。

3　標本調査の利用

●基本事項ノート●

⇨標本調査の利用

母集団から標本を無作為抽出して標本調査を行った結果は,「母集団と標本には，同じような傾向や性質があると考える。」といえる。

この標本調査の考え方を利用して，標本の比率から母集団の比率を推定したり，その比率をもとに数量を推定したりすることができる。

問１　ある県の中学3 年生11169 人の中から無作為抽出した1000人に対してアンケートを行ったところ，「朝食を毎日食べている」と回答した生徒は 775 人いました。この県の中学3 年生11169 人のうち，朝食を毎日食べているのは約何人と推定できますか。十の位の数を四捨五入した概数（がいすう）で答えなさい。

解答　$11169\times\dfrac{775}{1000}=8655.9\cdots$　　　**答**　約8700 人

Q1　例2では，「母集団と標本には，同じような傾向や性質があると考える」という標本調査の考え方を利用しています。
例2をふり返って，次の問いに答えましょう。

① 母集団と標本は，それぞれ何にあたりますか。次の㋐～㋓の中から1つずつ選びなさい。
　㋐　この池の全部のニジマス
　㋑　はじめにつかまえた80匹のニジマス
　㋒　数日後につかまえた60匹のニジマス
　㋓　㋒の中に12 匹いた印のついたニジマス

② 母集団と標本に共通すると考えられる性質は何ですか。

解答　①　母集団…㋐　　　標本…㋒
　　　②　印のついたニジマスの割合

問２　袋に白球だけがたくさんはいっています。同じ大きさの赤球 50 個をその袋に入れ，よくかき混ぜてから30個の球を取り出したところ，赤球が3個ふくまれていました。袋の中の白球の数を推定しなさい。

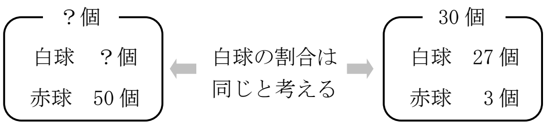
解答　白球の数をx 個とすると

$50:(x+50)=3:30$

$3(x+50)=50\times30$

$x=450$

答　約450 個



問３　袋の中に赤球と白球が合計で 250 個はいっています。これをよくかき混ぜてから 20 個の球を取り出し，赤球の数を調べて袋にもどします。これを3 回くり返したところ，取り出した赤球の数の合計は24 個でした。
この袋の中にはいっている赤球の数を推定しなさい。また，赤球と白球の比率を，簡単な整数の比で表しなさい。

補助教材　P.45～47

解答　250 個のうち，赤球の数をx個とすると

$x : 250 = 24 : (20\times3)$

$60x = 250\times24$

$x = 100$

250 個
赤球　？個
白球　？個

⇦ 赤球の割合は同じと考える ⇨

(20×3) 個
赤球　24 個
白球　36 個

このことから，赤球は約100個と推定できる。
したがって，白球は約150個となるから，赤球と白球の比率は100 : 150，すなわち2 : 3 と推定できる。

答　赤球の数…約100 個
赤球と白球の比率…2 : 3

4　簡単な標本調査

●基本事項ノート●

⇨簡単な標本調査

これまでに学習してきたことをもとに，簡単な標本調査にとりくみ，標本調査の結果から母集団についてどんなことが読み取れるかを考察しましょう。

Q1　次の表は，標本の大きさを 20 ページとし，コンピュータにより無作為抽出した標本について調べた結果をまとめたものです。
この表の結果から，母集団について，どんなことを読み取ることができますか。
また，自分たちが実際に行った標本調査の結果や，全数調査の結果と比較（ひかく）して，どんなことがいえますか。

	標本としたページ	例	Q	例題	問	合計
1回目	12，28，34，39，47，48，50，54，101，108，110，116，123，129，131，140，151，153，157，190	11	2	0	14	27
2回目	2，5，19，23，30，41，42，43，49，56，61，76，111，141，144，148，170，173，187，188	14	0	1	17	32
3回目	3，13，15，24，26，41，52，55，91，102，104，124，125，126，136，147，154，155，176，181	9	4	1	9	23
3回の合計		34	6	2	40	82

解答　・問→例→Q→例題の順に登場する回数が多いと推定できる。
母集団の傾向と同じ傾向があるといえることがわかる。

・4種類のマークの登場回数の合計は　$82\times\dfrac{192}{60}=262.4$

このことから，4 種類のマークの登場回数の合計は，約260回と推定できる。
母集団全体では251回であり，おおむね一致しているといえる。

・4種類のマークの登場する比率は次の通りである。なお，（　）の中の数は，補助教材52ページに掲載（けいさい）された「全数調査の結果」である。

例　34：82＝0.414…　　（0.29）

Q　6：82＝0.073…　　（0.10）

例題　2：82＝0.024…　　（0.04）

問　40：82＝0.487…　　（0.57）

標本の傾向を母集団の傾向と比較すると，各マークが登場する比率には違い(誤差)がある。　など

B章のたしかめ

1　次の調査は，全数調査，標本調査のどちらで行われるでしょうか。

① 学校での身体測定

② 全国の中学3年生女子の50m走の平均記録

③ 線香花火の品質検査

④ 学校での進路調査

解答　① 全数調査

② 標本調査

③ 標本調査

④ 全数調査

2　ある施設（しせつ）で，1日に入場した8642人のうち，無作為抽出した400人に聞き取り調査をしたところ，160人が中学生でした。

このことについて，次の問いに答えなさい。

① この調査の母集団と標本の大きさを答えなさい。

② この日の入場者のうち，中学生は約何割いたと推定できますか。

解答　① 母集団…1日に入場した8642人

標本の大きさ…400人

② 160÷400＝0.4　　答　約4割

3　ある池の亀（かめ）を 20 匹つかまえ，その全部に印をつけて池にもどしました。数日後，同じ池の亀を 20 匹つかまえたところ，その中に印のついた亀が 7 匹いました。

この池には，亀が何匹いると推定できますか。一の位の数を四捨五入した概数で答えなさい。

解答　池に亀がx匹いるとすると

$20 : x = 7 : 20$

$7x = 20 \times 20$

$x = 57.1\cdots$　　答　約60 匹

4　ある国語事典の「あ」から「ん」までのページ数は，1090 ページです。この辞典にどのくらいの項目(こうもく)がのっているかを調べるために，20 ページ分を無作為抽出して項目を数えました。これを 3 回くり返して次の結果を得ました。

	1回目	2回目	3回目	合　計
項目の数（個）	1026	974	1067	3067

このことから，この国語辞典の項目の数を推定し，百の位の数を四捨五入した概数で答えなさい。

解答　この国語辞典の項目の数をx個とすると

x : 1090＝3067 : (20×3)

60x＝1090×3067

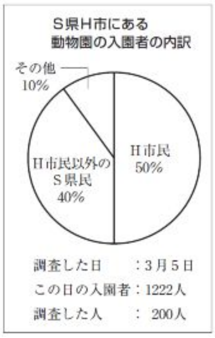
x＝55717.1…

答　約56000 個

5　右の円グラフなどは，Ｓ県Ｈ市にある動物園で，入園者について行われた標本調査の結果に関するレポートの一部です。ここに示された情報を読み取って，次の問いに答えなさい。

①　標本となった人の中に，Ｈ市民は何人いましたか。

②　母集団の中に，Ｈ市民をふくむＳ県民は何人いたと推定できますか。十の位の数を四捨五入した概数で答えなさい。



解答　①　200×0.5＝100　　答　100 人

②　1222×0.9＝1099.8　　答　約1100 人

6　あるテレビ番組で，レポーターが次のようにいっています。

「取材班が行った調査の結果，M社の新商品のインスタントラーメンを食べた人の8割が，おいしいと答えました。」

これを見ていたりかさんは，次のようにいっています。

りかさん「何人のうちの8割が「おいしい」と答えたかがわからないな。」

りかさんが指摘(してき)しているのは，次の㋐～㋓のうちのどれですか。

あてはまるものを1つ選びなさい。

㋐　標本調査の母集団が明らかでない。

㋑　標本の大きさが明らかでない。

㋒　標本の取り出し方が明らかでない。

㋓　質問のしかたが明らかでない。

考え方　レポーターの発言からは㋐～㋓のすべてがあてはまります。

ここでは，りかさんの発言の意味を読み取りましょう。

解答　㋑