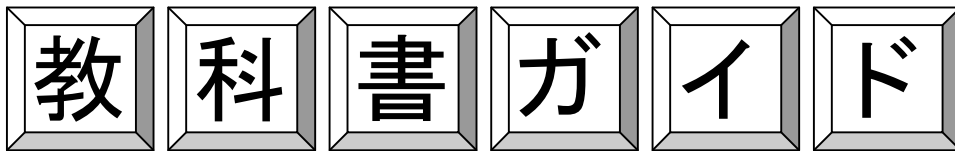


日本文教出版(旧大阪書籍)版

中学数学3年

(平成22年度 補助教材対応版)



<もくじ>

2章 平方根

★有理数と無理数 …… 2 (教科書 P.55 の後)

3章 2次方程式

★2次方程式の解の公式 …… 4 (教科書 P.71 の後)

4章 関数 $y = ax^2$

★いろいろな関数(1), (2) …… 10 (教科書 P.96 の後)

(9月教材まで)

●お願い

この資料をプリンターで印刷される場合は、A4判の用紙に印刷してください。

日本教育研究センター

有理数, 無理数

●基本事項ノート●

◎ 有理数, 無理数

⇨ a を整数, b を0でない整数とするとき, $\frac{a}{b}$ のように分数の形に表すことができる数を^{ゆうりすう}有理数という。分数の形で表すことができない $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ のような数を^{むりすう}無理数という。

問1 次の数を, 有理数と無理数に分けなさい。

$$\sqrt{6} \quad \sqrt{49} \quad -\sqrt{5} \quad \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} \quad -\frac{1}{8} \quad 0.2$$

考え方

分数の形で表すことができる数を有理数という。 $\sqrt{49}=7=\frac{7}{1}$ $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\frac{2}{3}$ $0.2=\frac{2}{10}$

解答

(有理数) $\sqrt{49}$, $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$, $-\frac{1}{8}$, 0.2

(無理数) $\sqrt{6}$, $-\sqrt{5}$

Q1 次の分数を小数で表して, 下の①, ②の問いに答えましょう。

$$\textcircled{7} \quad \frac{2}{5}, \frac{13}{4}, \frac{1}{8}$$

$$\textcircled{8} \quad \frac{4}{3}, \frac{3}{11}, \frac{1}{7}$$

① $\textcircled{7}$ の仲間と $\textcircled{8}$ の仲間には, どのようなちがいがありますか。

② $\textcircled{8}$ の仲間について, 小数点以下の数字の並び方に着目して, どのような^{とくちょう}特徴があるか調べましょう。

考え方

$$\textcircled{7} \quad \frac{2}{5}=0.4, \frac{13}{4}=3.25, \frac{1}{8}=0.125$$

$$\textcircled{8} \quad \frac{4}{3}=1.333\cdots, \frac{3}{11}=0.272727\cdots, \frac{1}{7}=0.142857142857\cdots$$

解答

① (例) $\textcircled{7}$ の仲間は, 小数で表したとき, 小数第何位かで終わる。

$\textcircled{8}$ の仲間は, 小数で表したとき, 小数点以下がどこまでもかぎりなく続く。

② いくつかの数字を決まった順にくり返す。

2次方程式の解の公式

●基本事項ノート●

◎ 2次方程式の解の公式

⇒ 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

問1 次の□にあてはまる数を求めなさい。

① $x^2 - 12x + 3 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 - 12x + 3 &= 0 \\ x^2 - 12x &= -3 && \left. \begin{array}{l} 3 \text{ を移項する。} \\ \text{両辺に } 6^2 \text{ を} \\ \text{加える。} \end{array} \right\} \\ x^2 - 12x + 6^2 &= -3 + 6^2 && \left. \begin{array}{l} \\ \text{左辺を } (x+p)^2 \text{ の形にする。} \end{array} \right\} \\ (x-6)^2 &= 33 \\ x-6 &= \pm \square \\ x &= 6 \pm \square \end{aligned}$$

② $x^2 + 4x + 2 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 2 &= 0 \\ x^2 + 4x &= -2 && \left. \begin{array}{l} 2 \text{ を移項する。} \\ \text{両辺に } \square \text{ を加える。} \end{array} \right\} \\ x^2 + 4x + \square &= -2 + \square && \left. \begin{array}{l} \\ \text{左辺を } (x+p)^2 \text{ の形にする。} \end{array} \right\} \\ (x + \square)^2 &= \square \\ x + \square &= \pm \square \\ x &= \square \end{aligned}$$

考え方 ① $x^2 - 12x = -3$

↓
半分の2乗

$$x^2 - 12x + 6^2 = -3 + 6^2$$

解答 ① $x^2 - 12x + 3 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 - 12x &= -3 \\ x^2 - 12x + 6^2 &= -3 + 6^2 \\ (x-6)^2 &= 33 \\ x-6 &= \pm \sqrt{33} \\ x &= 6 \pm \sqrt{33} \end{aligned}$$

- ④ 解の公式に, $a=5$, $b=-1$, $c=-3$ を代入すると

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 5 \times (-3)}}{2 \times 5}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{61}}{10}$$

答 $x = \frac{1 \pm \sqrt{61}}{10}$

問 4 次の2次方程式を, 解の公式を使って解きなさい。

- ① $5x^2 + 7x + 2 = 0$ ② $6x^2 - x - 1 = 0$
 ③ $2x^2 + 5x - 3 = 0$ ④ $5x^2 - x - 4 = 0$

- 解答** ① 解の公式に, $a=5$, $b=7$, $c=2$ を代入すると

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 5 \times 2}}{2 \times 5}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{10}$$

$$= \frac{-7 \pm 3}{10}$$

したがって $x = \frac{-7+3}{10}$ または $x = \frac{-7-3}{10}$

つまり $x = -\frac{2}{5}$ または $x = -1$

答 $x = -\frac{2}{5}$, $x = -1$

- ② 解の公式に, $a=6$, $b=-1$, $c=-1$ を代入すると

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 6 \times (-1)}}{2 \times 6}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{25}}{12}$$

$$= \frac{1 \pm 5}{12}$$

したがって $x = \frac{1+5}{12}$ または $x = \frac{1-5}{12}$

つまり $x = \frac{1}{2}$ または $x = -\frac{1}{3}$

答 $x = \frac{1}{2}$, $x = -\frac{1}{3}$

- ③ 解の公式に, $a=2$, $b=5$, $c=-3$ を代入すると

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4}$$

$$= \frac{-5 \pm 7}{4}$$

したがって $x = \frac{-5+7}{4}$ または $x = \frac{-5-7}{4}$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad x &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 3 \times (-5)}}{2 \times 3} \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{76}}{6} \\ &= \frac{4 \pm 2\sqrt{19}}{6} \\ &= \frac{2 \pm \sqrt{19}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad x &= \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} \\ &= \frac{-6 \pm \sqrt{48}}{2} \\ &= \frac{-6 \pm 4\sqrt{3}}{2} \\ &= -3 \pm 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

答 $x = \frac{2 \pm \sqrt{19}}{3}$

答 $x = -3 \pm 2\sqrt{3}$

Q1 次の2次方程式を、まずは解の公式を使わずに解きましょう。次に、解の公式を使って解いて、どちらの方法で解いても解は同じになることを確かめましょう。

① $x^2 - 9x + 14 = 0$

② $4x^2 - 68 = 0$

解答

① 左辺を因数分解すると

$$\begin{aligned} x^2 - 9x + 14 &= 0 \\ (x-2)(x-7) &= 0 \\ \mathbf{x=2, x=7} \end{aligned}$$

解の公式を使って解くと

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \times 1 \times (-14)}}{2 \times 1} \\ &= \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{9 \pm 5}{2} \end{aligned}$$

したがって $x = \frac{9+5}{2}$ または $x = \frac{9-5}{2}$

つまり $\mathbf{x=7}$ または $\mathbf{x=2}$

因数分解を使って解いても、解の公式を使って解いても解は同じになることがわかる。

② 平方根を使って解くと

$$\begin{aligned} 4x^2 - 68 &= 0 \\ 4x^2 &= 68 \\ x^2 &= 17 \end{aligned}$$

$$\mathbf{x = \pm \sqrt{17}}$$

解の公式を使って解くと

$$\begin{aligned} x &= \frac{0 \pm \sqrt{0 - 4 \times 4 \times (-68)}}{2 \times 4} \\ &= \frac{\pm \sqrt{1088}}{8} \\ &= \frac{\pm 8\sqrt{17}}{8} \\ &= \pm \sqrt{17} \end{aligned}$$

平方根を使って解いても、解の公式を使って解いても解は同じになることがわかる。

問6

次の2次方程式を解きなさい。

① $x^2 + 12x + 27 = 0$

② $x^2 - 6x + 3 = 0$

③ $8x^2 - 48 = 0$

④ $(x-9)^2 - 1 = 0$

⑤ $9x^2 + 6x + 1 = 0$

⑥ $5x^2 + 10x - 15 = 0$

⑦ $4x^2 - 4x - 4 = 0$

⑧ $6x^2 + x - 1 = 0$

考え方 **Q1**で、2次方程式は解の公式を使わずに解いても使って解いても、解が同じになることを確かめている。ここでは、どの方法を使えるか考えながら解こう。

解答

① $x^2 + 12x + 27 = 0$

$$(x+3)(x+9) = 0$$

$$x = -3, x = -9$$

答 $x = -3, x = -9$

② $x^2 - 6x + 3 = 0$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{24}}{2}$$

$$= \frac{6 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$= 3 \pm \sqrt{6}$$

答 $x = 3 \pm \sqrt{6}$

③ $8x^2 - 48 = 0$

$$8x^2 = 48$$

$$x^2 = 6$$

$$x = \pm \sqrt{6}$$

答 $x = \pm \sqrt{6}$

④ $(x-9)^2 - 1 = 0$

$$(x-9)^2 = 1$$

$$x-9 = \pm 1$$

$$x = 9 \pm 1$$

$$x = 10, x = 8$$

答 $x = 10, x = 8$

⑤ $9x^2 + 6x + 1 = 0$

$$(3x)^2 + 2 \times 1 \times 3x + 1 = 0$$

$$(3x+1)^2 = 0$$

$$3x+1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

答 $x = -\frac{1}{3}$

⑥ $5x^2 + 10x - 15 = 0$

$$5(x^2 + 2x - 3) = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x-1)(x+3) = 0$$

$$x = 1, x = -3$$

答 $x = 1, x = -3$

⑦ $4x^2 - 4x - 4 = 0$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 4 \times (-4)}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{80}}{8}$$

$$= \frac{4 \pm 4\sqrt{5}}{8}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

答 $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

⑧ $6x^2 + x - 1 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 6 \times (-1)}}{2 \times 6}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{12}$$

$$= \frac{-1 \pm 5}{12}$$

$$x = \frac{-1+5}{12} \text{ または } x = \frac{-1-5}{12}$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ または } x = -\frac{1}{2}$$

答 $x = \frac{1}{3}, x = -\frac{1}{2}$

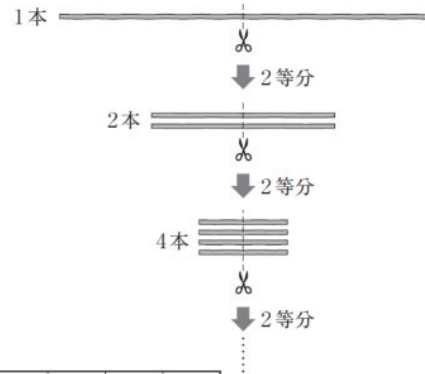
いろいろな関数 (1)

●基本事項ノート●

◎ いろいろな関数

身のまわりのいろいろな2つの数量の関係を表やグラフを使って変化や対応の様子を調べる。

- ④ 1本のひもを2等分し、その2本のひもをまた2等分します。
切った回数とひもの本数の間には、どんな関係があるでしょうか。下の表を使って調べましょう。



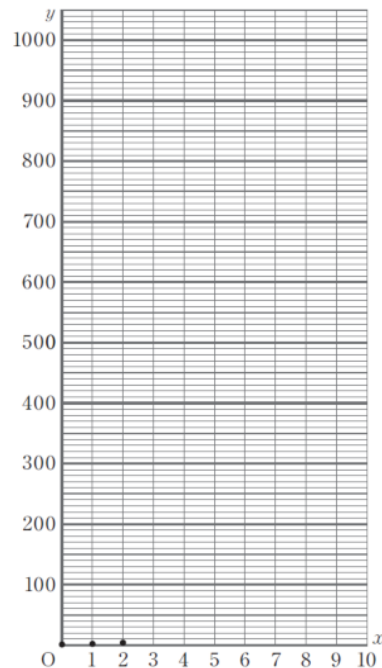
切った回数(回)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ひもの本数(本)	1	2	4								

解答

切った回数(回)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ひもの本数(本)	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Q1 上の④で、 x 回切ったときのひもの本数を y 本として、次の問いに答えなさい。

- ① y は x の関数といえますか。
- ② x の値が 1 増加すると、 y の値はどのように変化しますか。
- ③ 右の図は、対応する x 、 y の値の組を点で表したグラフです。続きの点をかき加えましょう。
- ④ y は x の 2 乗に比例しているといえるかどうかを判断して、その理由も説明しましょう。



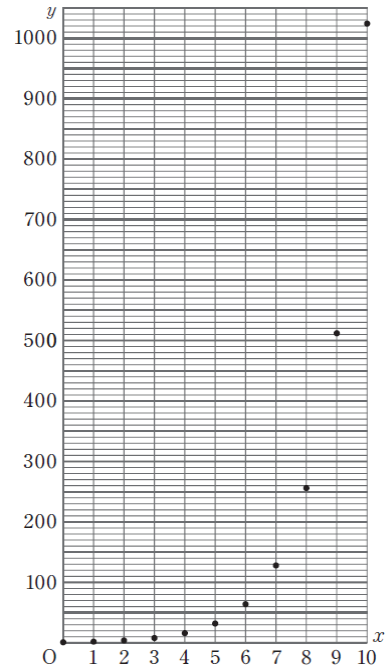
- 考え方**
- ① ともなって変わる2つの数量 x , y があつて, x の値を決めると, それに対応する y の値がただ1つ決まるとき, y は x の関数であるといえる。
- ④ 2乗に比例する関数 $y=ax^2$ の特徴と比べて判断する。


- 解答**
- ① いえる。
 ② 2倍になる。
 ③ (右の図)
 ④ いえない。

(理由) $\cdot x=0$ のとき, $y=0$ でないから。

$\cdot x$ の値が2倍, 3倍, 4倍, …になるとき,
 それに対応する y の値がそれぞれ4倍,
 9倍, 16倍, …でないから。

など



問1 前ページので, 最初のひもの長さを240cmとします。 x 回切ったときの1本のひもの長さを y cmとして, 次の問いに答えなさい。

① 右の表は, 対応する x , y の値の関係を表すためのものです。この表を完成させなさい。

x	0	1	2	3	4	5
y	240					

② x の値が1増加すると, y の値はどのように変化しますか。

③ y は x の関数ですが, 反比例ではありません。その理由を説明しなさい。

考え方 ③ 反比例の特徴と比べてちがう点を表から読み取る。

解答

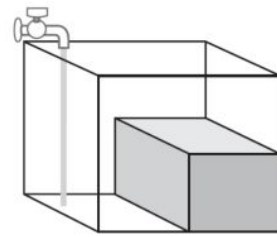
①

x	0	1	2	3	4	5
y	240	120	60	30	15	7.5

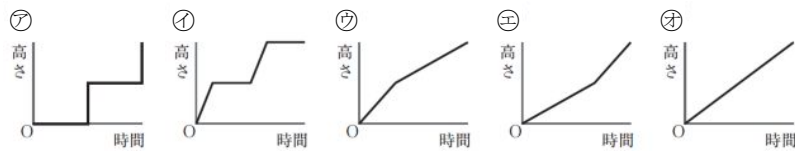
② $\frac{1}{2}$ 倍(半分)になる。

③ 対応する x と y の値の積が一定でないから。 など

Q2 右の絵のように、直方体の水そうの底に段が固定してあります。この水そうに、一定の割合で水を入れていきます。水を入れ始めてから満水になるまでの時間と水面の高さの関係について考えましょう。



- ① 水面の高さは、水を入れ始めてからの時間の関数といえますか。
- ② 水を入れ始めてから満水になるまでの、時間と水面の高さの関係を表すグラフを、下の㉗～㉛の中から1つ選び、記号で答えましょう。また、そのグラフを選んだ理由を説明しましょう。



考え方 ① 水を入れ始めてからの時間が決まると、水面の高さはただ1つ決まる。

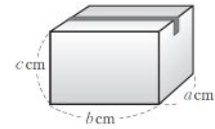
解答 ① いえる。

② ㉘

(理由) 時間と水面の高さの関係は1次関数といえるが、水面の高さが段の高さと等しくなるところで変化の割合が変わる。等しくなる前の方が水面の面積が小さいから、1次関数の変化の割合は大きい。つまり、グラフは、水面の高さが段の高さと等しくなるところで、傾きが大から小へ変わる折れ線グラフであるから。

いろいろな関数 (2)

市内に荷物を送るときの宅配便の料金について、A社とB社を比較したい。どちらの会社でも、料金は荷物の大きさに応じて決められている。荷物の大きさとは、縦の長さ、横の長さ、高さの和である。



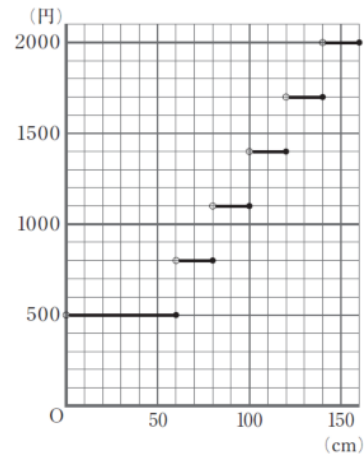
(荷物の大きさ) = $a + b + c$

次の表はA社の料金表で、荷物の大きさが 60cm 以下ならば 500 円、それよりも大きくて 80cm 以下ならば 800 円などと定められている。

A社の料金表

荷物の大きさ	60cm 以下	80cm 以下	100cm 以下	120cm 以下	140cm 以下	160cm 以下
料金	500円	800円	1100円	1400円	1700円	2000円

また、A社の料金のしくみをグラフに表すと、右の図のようになる。



問 1

A社の料金について次の問いに答えなさい。

- ① 料金は荷物の大きさの関数といえますか。
- ② 荷物の大きさが 130cm であるときの料金を求めなさい。
- ③ 1000 円以下で送ることができる荷物の大きさは、最大で何 cm ですか。

考え方

- ① 荷物の大きさが決まれば、料金はただ1つ決まる。
- ②, ③ 表やグラフから荷物と料金の関係を読み取る。

解答

- ① イエス。
- ② 1700 円
- ③ 80cm

問 2

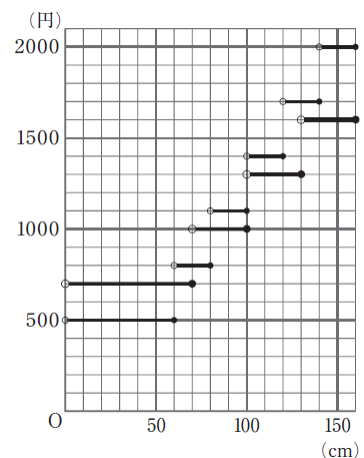
次の表は、B社の料金表です。上の図に、B社の料金のグラフをかき加えなさい。

B社の料金表

荷物の大きさ	70cm 以下	100cm 以下	130cm 以下	160cm 以下
料金	700円	1000円	1300円	1600円

解答

(右の図)



Q1 これまでの話で、荷物の大きさが次の場合、料金はA社とB社のどちらが安いかを、表やグラフから判断しましょう。

① 70cm ② 80cm ③ 150cm

解答 ① B社 ② A社 ③ B社

Q2 大きさが 160cm 以下の荷物を送るとき、A社とB社のどちらを選ぶと安いかを整理します。

荷物の大きさを x cm として、次の説明を完成させましょう。

A社の方が安いのは、 x の変域が $0 \leq x \leq$ の場合と、
 の場合である。
 それ以外の場合は、B社の方が安い。

考え方 **問2** で作ったグラフや表から、A社とB社の料金を比べて情報を読み取る。

解答 A社の方が安いのは、 x の変域が $0 \leq x \leq$ の場合と、
 の場合である。
 それ以外の場合は、B社の方が安い。

問3 右の図は、ある ちゅうしゃじょう 駐車場の駐車時間と料金の関係を表したグラフです。次の問いに答えなさい。

① この駐車場を 4 時間 30 分利用したときの料金はいくらですか。

② このグラフからわかる料金のしくみを、ことばで簡潔に説明しなさい。ただし、12 時間をこえる場合については考えないことにします。

考え方 ① 駐車時間が決まると、料金はただ1つ決まるから、料金は駐車時間の関数である。

解答 ① 700 円
 ② 駐車時間が 3 時間以下の料金は 500 円。3 時間をこえると 1 時間あたり 100 円ずつ加算される。